

# Vergleich datengetriebener dynamischer Modelle des Wärme- und Feuchteübertragungsvorgangs in einer Wand

Alessio Cavaterra, Markus Östreich, Steven Lambeck

Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik, Hochschule Fulda  
Leipziger Str. 123

E-Mail: {alessio.cavaterra,markus.oestreich,steven.lambeck}@et.hs-fulda.de

## 1 Einführung

Im Rahmen des „HumFlow“-Projekts<sup>1</sup> am Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Hochschule Fulda versuchen die Autoren das Problem des Eingriffs in denkmalgeschützte Bausubstanz im Bereich der Messdatenerfassung durch Einsatz von Funksensoren im Außen- und Innenbereich eines Raums zu lösen. Diese Sensoren messen die Temperaturen und relativen Luftfeuchtigkeiten der Wandoberfläche und sind gegenüberliegend an der Außenwand und an der Innenwand „minimal-invasiv“ angebracht, d. h., dass zur Befestigung der Sensoren an der Wand keine signifikanten Beschädigungen entstehen. Dies ist insbesondere für denkmalgeschützte Gebäude interessant. Mit Hilfe der genannten Messgrößen und einem hygrothermischen Modell der Wand ist beispielsweise eine bessere Prädiktion des Innenraumklimas möglich. Die Vorhersagen können z. B. in einem modellprädiktiven Regelungskonzept weiterverarbeitet werden, was die Einhaltung der Raumklimaanforderungen gemäß der Präventiven Konservierung [1] sicherstellen kann. Weitere Anwendungsbereiche sind denkbar.

---

<sup>1</sup> gefördert durch das Förderprogramm „Forschung für die Praxis“ des HMWK

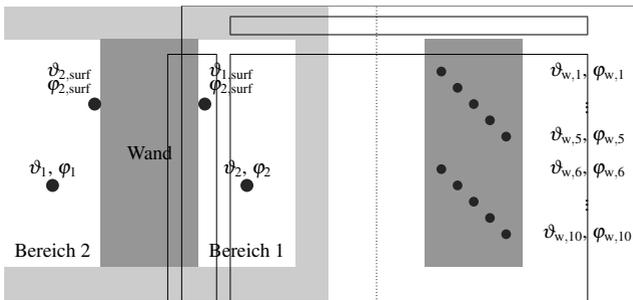


Bild 1: Links: Querschnitt des „HumFlow“-Versuchsstandes. Das Gehäuse ist hellgrau dargestellt. Die Sensoren stellen dunkelgraue, gefüllte Kreise dar. Rechts: Anordnung der Kombi-Sensoren (dunkelgrau) in unterschiedlichen Tiefen im Wandelement (grau).

Im vorliegenden Beitrag wird die datengetriebene Modellbildung der Wärme- und Feuchteübertragungsmechanismen in einem Wandsegment behandelt. Der Beitrag führt grundlegende Arbeiten aus [2] fort und erweitert diese um nicht-lineare Modellierungsansätze mit Hilfe künstlicher neuronaler Netze (KNN) sowie Takagi-Sugeno-Fuzzy-Systeme (TS) [3]. Der Versuchsaufbau ist ausführlich in [2] beschrieben, wird im zweiten Abschnitt jedoch nochmals kurz skizziert. Nach einer kurzen Beschreibung der Methodik im dritten Abschnitt werden die Ergebnisse anschließend im vierten Abschnitt bewertet.

## 2 Der Versuchstand

Bild 1 skizziert den Versuchsaufbau. Er besteht aus einem einseitig offenen Gehäuse aus mit Phenolharz beschichtetem Sperrholz. In das Gehäuse kann ein herausnehmbares Wandsegment eingelassen werden, was das Gehäuseinnere in zwei Bereiche aufteilt. Die offene Seite des Gehäuses wird als „Bereich 2“ bezeichnet und steht in direktem Austausch mit der Umgebungsluft des Labors. Der durch das Wandsegment abgetrennte „Bereich 1“ beinhaltet ein elektrisches ansteuerbares Heizelement sowie ein kompaktes Konstantfeuchtegerät. Hierdurch können verschiedene Temperatur- und Luftfeuchtebedingungen erzeugt werden.

Zur Messung der Temperatur und der relativen Luftfeuchtigkeit in den Bereichen 1 und 2 werden mehrere kombinierte Sensoren eingesetzt. Indizes 1 und 2 zeigen den Messort an. Die Oberflächentemperaturen und -feuchten der Wand werden ebenfalls beidseitig mit jeweils einem Sensorpaar (Index surf) erfasst. Auch innerhalb der Wand sind zehn weitere kombinierte Sensoren, angeordnet in zwei Reihen, zur Erfassung der genannten Messgrößen in Bohrungen unterschiedlicher Tiefe eingefasst (s. Bild 1 rechts). Insgesamt werden so zwanzig Messgrößen innerhalb des Wandsegments gemessen. Die obere und die untere Sensor-Reihe sind hierbei in derselben Tiefe angeordnet.

### 3 Systemidentifikation

Das hygrothermische Verhalten des Wandsegments (Lehm) wird mit Hilfe eines linearen Zustandsraummodells (ZR), eines TS-Modells und eines KNN abgebildet. Die beiden letztgenannten Modellansätze sind in der Lage, nichtlineare dynamische Prozesse zu beschreiben [4]. Das ZR-Modell dient als Referenz, um die Güte des TS- bzw. KNN-Modells besser einordnen zu können. Zum Einsatz kommen die in der Software MATLAB integrierte System Identification Toolbox sowie die Deep Learning Toolbox. Letztere beinhaltet auch alle notwendigen Methoden zum Training flacher Netze. Zur Schätzung des TS-Modells wird der LOLIMOT-Algorithmus aus der LMN-Toolbox Version 1.5.2 [5] verwendet. Die Modellstrukturen der nichtlinearen Modellansätze sind als nichtlineare autoregressive Modelle mit zusätzlichen Eingängen (NARX) interpretierbar [4], siehe Gleichungen (1) und (2).

$$\hat{y}_{\text{ARX}}(k) = \sum_{i=1}^{n_b} b_i \cdot u(k-i) - \sum_{i=1}^{n_a} a_i \cdot y(k-i)$$

$$\hat{y}_{\text{ARX}}(k) = \underline{\theta}^T \underline{x} = (b_1, \dots, b_{n_b}, -a_1, \dots, -a_{n_a}) \begin{pmatrix} u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n_a) \end{pmatrix} \quad (1)$$

In obiger Gleichung ist der einfache Fall eines linearen Eingrößensystems dargestellt. Eine Erweiterung auf Mehrgrößensysteme gestaltet sich sehr einfach und wird deshalb hier nicht nochmals aufgeführt. Mit einer nichtlinearen Funktion  $f(\cdot)$  entsteht ein NARX-Modell

$$\hat{y}_{\text{NARX}}(k) = f(\underline{\theta}\underline{x}). \quad (2)$$

Der Regressorvektor  $\underline{x} \in \mathbb{R}^{(36 \times 1)}$  setzt sich aus Messgrößen des letzten und vorletzten Abtastschrittes zusammen. Hierbei werden alle acht Messgrößen (Temperaturen und relativen Luftfeuchtigkeiten) außerhalb des Wandsegments als Eingänge aufgefasst. Die insgesamt zehn Messgrößen innerhalb der Wand (fünf Temperatur- und fünf Feuchtemesswerte) stellen die Ausgänge des Systems dar. Damit gestaltet sich  $\underline{x}$  wie folgt

$$\underline{x}^T = (\underline{x}_1^T, \underline{x}_2^T, 1), \quad (3)$$

wobei  $\underline{x}_1$  und  $\underline{x}_2$  mit  $\gamma = 1, 2$  darstellbar sind als

$$\begin{aligned} \underline{x}_\gamma^T = & \left( \vartheta_1(k - \gamma), \varphi_1(k - \gamma), \vartheta_2(k - \gamma), \varphi_2(k - \gamma), \right. \\ & \vartheta_{1,\text{surf}}(k - \gamma), \varphi_{1,\text{surf}}(k - \gamma), \vartheta_{2,\text{surf}}(k - \gamma), \varphi_{2,\text{surf}}(k - \gamma), \\ & \left. \vartheta_{w,1}(k - \gamma), \dots, \vartheta_{w,5}(k - \gamma), \varphi_{w,1}(k - \gamma), \dots, \varphi_{w,5}(k - \gamma) \right). \quad (4) \end{aligned}$$

Der „1“-Regressor in  $\underline{x}$  ist für die Schätzung eines Offsetparameters sinnvoll. Damit ergibt sich eine Modellstruktur für das lineare ZR-Modell mit acht Eingängen und  $p = 10$  Ausgängen. Zustände und Ausgänge sind equivalent. Alle Elemente der Systemmatrix und der Steuermatrix werden als frei zu schätzende Parameter festgelegt.

Die Modellstrukturen für das TS- und KNN-Modell sind hingegen komplexer. Das TS-Modell bildet aus den  $M = 10$  lokal-linearen ARX-Modellen und den  $i = 1, \dots, M$  Parametermatrizen  $\underline{\theta}_{\text{TS},i} \in \mathbb{R}^{(p \times 36)}$  mit Hilfe der Fuzzy-Basisfunktionen  $\phi_i(\underline{z})$  eine gewichtete Summe für alle  $\hat{y}_{\text{TS},w}(k) \in \mathbb{R}^{(p \times 1)}$  Ausgänge

$$\hat{y}_{\text{TS},w}(k) = \sum_{i=1}^M \phi_i(\underline{z}) \underline{\theta}_{\text{TS},i} \underline{x}. \quad (5)$$

Die Fuzzy-Basisfunktionen  $\phi_i(\underline{z})$  haben ihren Wertebereich zwischen null und eins. Berechnet werden sie aus dem Mittel der Zugehörigkeitsgrade

$$\phi_i(\underline{z}) = \frac{\mu_i(\underline{z})}{\sum_{i=1}^M \mu_i(\underline{z})} \quad , \quad \sum_{i=1}^M \phi_i(\underline{z}) = 1 . \quad (6)$$

Alle  $\mu_i(\underline{z})$  Zugehörigkeitsfunktionen (ZF) werden als Gaußglocken festgelegt. Mit dem Zentrum  $\nu$  und der Standardabweichung  $\sigma$  gilt für eine Gauss'sche ZF:

$$\mu_{\text{Gauss}}(x) = \exp\left(\frac{-(x - \nu)^2}{2\sigma^2}\right) . \quad (7)$$

Der Schedulingvektor bzw. Prämissenvektor  $\underline{z}$  dient als Regelwerk, nach dem die einzelnen lokal-linearen Modelle aktiviert werden.  $\underline{z}$  enthält alle Regressoren des letzten Abtastschrittes ( $x_1$ , vgl. Gleichung (4)). Die Parameterschätzung des TS-Modells in Gleichung (5) geschieht auf Basis einer linearen, lokalen Kleinste-Quadrate-Schätzung.

Für das KNN werden  $N_{\text{in}} = p = 10$  Neuronen für die Zwischenschicht bzw. die Ausgangsschicht festgelegt. Die Neuronen der Zwischenschicht werden jeweils über eine  $f_{\text{tansig}}(\cdot)$ -Aktivierungsfunktion gezündet, wobei die Neuronen der Ausgangsschicht jeweils eine lineare Abbildung darstellen. Zusätzlich wird ein Offsetvektor  $\underline{\beta}_{\text{out}} \in \mathbb{R}^{(p \times 1)}$  auf die Modellausgänge addiert:

$$\hat{y}_{\text{KNN,w}}(k) = \underline{W}_{\text{out}} f_{\text{tansig}}(\underline{\theta}_{\text{KNN}} x) + \underline{\beta}_{\text{out}} , \quad (8)$$

wobei die Parametermatrix  $\underline{\theta}_{\text{KNN}} \in \mathbb{R}^{(N_{\text{in}} \times 36)}$  die Regressoren entsprechend gewichtet und  $\underline{W}_{\text{out}} \in \mathbb{R}^{(p \times N_{\text{in}})}$  die Ausgänge der Zwischenschicht nochmals gewichtet. Das Training des KNN-Modells benötigt einen nichtlinearen Parameteroptimierer. Hier wird der Levenberg-Marquardt-Algorithmus eingesetzt. Alle Modelle werden auf einen knapp 30-wöchigen Trainingsdatensatz trainiert und auf einen ungefähr einmonatigen Testdatensatz evaluiert. Beide Datensätze sind zehnmütig abgetastet. Nach dem erfolgreichen Training der Modelle werden diese auf dem Testdatensatz simuliert und deren Performanz ausgewertet. Eine Simulation heißt hier, dass nicht die realen Prozessausgänge - sprich die Messwerte der Temperaturen und relativen Luftfeuchtigkeiten in der Wand - in jedem Abtastschritt als Regressoren übergeben werden, sondern

die Modellausgänge selbst zurückgekoppelt werden. Die Bewertung der Performanz eines auf unbekanntem Daten simulierten Modells ist aufschlussreich hinsichtlich der Generalisierungsfähigkeit. Soll ein Modell als Grundlage für eine Mehrschrittprädiktion dienen, kann die Simulation des Modells ebenfalls von Vorteil sein, wenn der Prädiktionshorizont genügend groß ist.

Die Rückkopplung der Modellausgänge hat zur Folge, dass keine ARX-Modellstruktur mehr vorliegt. Es handelt sich hierbei um eine Output-Error-Struktur (OE). Weil OE-Modelle allerdings weitaus schwieriger zu trainieren sind bzw. einen höheren Zeitaufwand zur Parameterschätzung benötigen, werden in der Systemidentifikation i. d. R. ARX-Modellstrukturen für das Training herangezogen und inkonsistente Parameterschätzungen hingenommen. Gleichwohl werden häufig gute Resultate mit dieser Methodik erzielt [4].

## 4 Ergebnisse

Die grafische Gegenüberstellung sämtlicher Prozessausgänge mit den entsprechenden Modellausgängen würde den Rahmen des Kurzbeitrags sprengen. Im Folgenden werden deshalb nur die relativen Feuchtigkeitsmesswerte des dritten Sensors ( $\vartheta_{w,3}$ ,  $\phi_{w,3}$ ) im Wandsegment mit den simulierten Modellausgängen verglichen. Ein Vergleich der Modellgüten findet nur auf den Testdaten statt.

In Bild 2 ist der Zeitreihenverlauf der relativen Luftfeuchtigkeit  $\phi_{w,3}$  mitsamt der Modellausgänge dargestellt. Wie auch die Güte- bzw. Fehlermaße in der Tabelle 1 zeigen, schneidet das KNN am besten ab, gefolgt vom TS-Fuzzy-System. Das lineare Zustandsraummodell liefert nur eine dürftige Modellgüte, weil es die Nichtlinearitäten des Prozesses nicht abbilden kann. Allerdings ist deutlich zu erkennen, dass das ZR-Modell die Temperaturverläufe in einem ausreichenden Maße abbilden kann. Wesentlich schwieriger gestalten sich die Schätzungen der relativen Luftfeuchten in der Wand. Die zugrundeliegenden nichtlinearen Feuchtespeicher- und Feuchttransporteffekte (Sorptionsisotherme, Diffusionsvorgänge, etc.) fallen hier stark ins Gewicht.

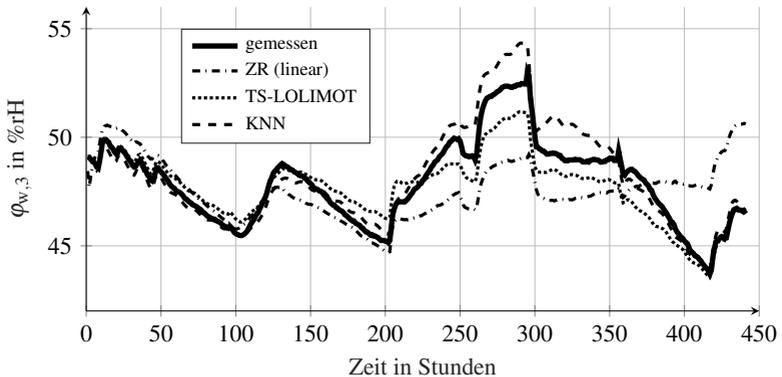


Bild 2: Gemessene relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi_{w,3}$  innerhalb der Wand im Vergleich mit den simulierten Modellausgängen.

## 5 Fazit und Ausblick

Das bessere Abschneiden des KNN kann auf ein mehrmaliges erneutes Trainieren zurückgeführt werden, was notwendig gewesen ist, weil die Güte des KNN nicht zufriedenstellend war. Dieses „Re-Training“ hat allerdings neben einem hohen Rechenaufwand auch eine hohe Rechendauer beansprucht. Das mit dem LOLIMOT-Algorithmus synthetisierte TS-Modell erforderte nur einen einzigen Trainingsdurchlauf und liefert zufriedenstellende Güte- und Fehlermaße (s. Tabelle 1). Aus Sicht der Autoren ist das TS-Modell auch aufgrund der lokalen Interpretierbarkeit vorzuziehen. Das lineare Zustandsraummodell reicht aufgrund fehlender Flexibilität und unzureichender Genauigkeit zur Modellierung des Wärme- und Feuchtetransports durch ein Wandsegment nicht aus.

Der Beitrag bietet einen Einblick in die laufenden Arbeiten am „HumFlow“-Projekt und zeigt, dass mit sehr einfach synthetisierten nichtlinearen Modellen bereits die Schätzung von Temperatur- und Feuchtigkeitsverteilungen in Wandsegmenten mit zufriedenstellender Genauigkeit ermöglicht werden kann. Aus bauphysikalischer Sicht wäre somit eine günstige und dauerhafte Schätzung des Wärme- und Feuchtigkeitseintrags in eine Wand vorstellbar, ohne die Bausubstanz zu beschädigen. Diese Anwendung ist insbesondere im Bereich denkmalgeschützter Altbauten interessant. Nach jetzigem Kenntnisstand der

Tabelle 1: Normalized Mean Squared Error (NMSE) sowie Best Fit Rate (BFR) nach [6] der Modelle für jede Messgröße. Die Fehler- und Gütemaße für  $\varphi_{w,3}$  aus Bild 2 sind hervorgehoben.

Größe	NMSE			BFR in %		
	ZR	TS	KNN	ZR	TS	KNN
$\varphi_{w,1}$	0.3305	0.2047	0.0373	42.51	54.75	80.67
$\vartheta_{w,1}$	0.0318	0.0105	0.0020	82.18	89.77	95.56
$\varphi_{w,2}$	0.6350	0.1919	0.0569	20.31	56.19	76.14
$\vartheta_{w,2}$	0.0567	0.0076	0.0013	76.19	91.28	96.33
$\varphi_{w,3}$	<b>0.9620</b>	<b>0.1835</b>	<b>0.1454</b>	<b>1.92</b>	<b>57.16</b>	<b>61.87</b>
$\vartheta_{w,3}$	0.0155	0.0092	0.0020	87.54	90.40	95.51
$\varphi_{w,4}$	0.5557	0.1435	0.1908	25.46	62.12	56.32
$\vartheta_{w,4}$	0.2853	0.0130	0.0069	46.59	88.61	91.70
$\varphi_{w,5}$	0.1291	0.0576	0.0791	64.07	76.01	71.87
$\vartheta_{w,5}$	0.0596	0.0203	0.0104	75.59	85.74	89.78

Autoren ist ein vergleichbares Messverfahren nicht am Markt erhältlich. Aus einer regelungstechnischen Perspektive kann der vorgestellte Ansatz wichtige Vorhersagewerte für Raumlufttemperatur- und Raumluftfeuchtigkeitsregelungen bereitstellen und somit bestehende Raumklima-Systeme erweitern. In künftigen Vorhaben soll der TS-Fuzzy-Ansatz weiter verfolgt, aber der Prämissenraum mit Hilfe von Clustering-Algorithmen partitioniert werden [7].

## Literatur

- [1] A. Burmester. „Was ist Präventive Konservierung? Eine Einführung.“ *Grundlagen der Meßtechnik in der Präventiven Konservierung, Tagungsband*. S. 8–11. 2007
- [2] A. Cavaterra, A. Böttcher und S. Lambeck. „The „HumFlow“ Project – Developing a minimal invasive measurement system for estimating energy and humidity transfer processes through building walls“. *13th REHVA World Congress CLIMA 2019*. Bucharest, Romania. 2019.

- [3] T. Takagi und M. Sugeno. „Fuzzy identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control“. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic*. SMC-15, S. 116–132. 1985
- [4] O. Nelles. „Nonlinear System Identification“. *Springer Berlin Heidelberg*. Zweite Auflage. 2020
- [5] B. Hartmann, T. Ebert, T. Fischer, T. Belz, J. Kampmann und O. Nelles. „LMNtool – Toolbox zum automatischen Trainieren lokaler Modellnetze“. 22. *Workshop Computational Intelligence, KIT Scientific Publishing*. 45, S. 341–355. 2012.
- [6] A. Kroll und H. Schulte. „Benchmark problems for nonlinear system identification and control using Soft Computing methods: Need and overview“. *Applied Soft Computing*. 25, S. 496–513. 2014.
- [7] A. Kroll „Computational Intelligence. Probleme, Methoden und technische Anwendungen“. *De Gruyter Studium*. Zweite Auflage. 2016