

# Vergleich modell- und datenbasierter prädiktiver Regelungsverfahren an einer nichtlinearen Regelstrecke

Marcel Zehner, Alessio Cavaterra, Steven Lambeck

FB Elektrotechnik und Informationstechnik, Hochschule Fulda

Leipziger Str. 123, 36037 Fulda

E-Mail: {marcel.zehner,alessio.cavaterra,steven.lambeck}@et.hs-fulda.de

## 1 Einführung

Die modellbasierte prädiktive Regelung (engl.: Model Predictive Control, MPC) hat in den letzten Jahren sowohl im akademischen als auch in der industriellen Praxis stetig an Bedeutung gewonnen. Der Ansatz basiert auf einem internen parametrischen Prozessmodell, welches aus gesammelten Daten des Prozesses identifiziert wird. Das im Regelbetrieb in jedem Abtastschritt gelöste Optimierungsproblem basiert auf diesem linearen Modell. In Kombination mit Takagi-Sugeno-Fuzzy-Systemen (TS-Systemen) kann trotz eines Regelgesetzes, welches ein lineares Modell nutzt, ein nichtlineares Gesamtübertragungsverhalten erreicht werden. Hierbei setzt sich das TS-System beispielsweise aus gewichteten lokal-linear-affinen Modellen zusammen, wodurch in Abhängigkeit des aktuellen Arbeitspunktes ein entsprechendes Prozessmodell generiert wird. Dadurch ist ein MPC mit TS-System für ein Vielzahl nichtlinearer Prozesse geeignet. Der Schritt der Systemidentifikation ist aber oft ein aufwändiger Prozess, der einen Großteil des Entwicklungsaufwandes eines modellbasierten Ansatzes beansprucht. Dies kann beispielsweise an einer falsch gewählten Modellstruktur liegen. Ebenso ist es möglich, dass das gewählte parametrische Modell eine hohe Modellierungsgüte aufweist, sich allerdings nicht für die Verwendung in Reglern eignet. Direkte datenbasierte prädiktive Regelungsverfahren, welche in den letzten Jahren enorm an Bedeutung gewonnen haben, umgehen den Schritt

der Systemidentifikation zu Beginn des Reglerentwurfs. Sie nutzen Eingangs- und Ausgangsdaten des Prozesses als nicht parametrisches Modell, können damit Prädiktionen durchführen und im Zuge eines Optimierungsproblems die optimierte Stellgrößenfolge generieren. Ein Regelungsansatz, der genauso vorgeht und im vorliegenden Beitrag zum Vergleich herangezogen wird, ist Data Enabled Predictive Control [1]. An einem nichtlinearen strömungstechnischen Prozess, welcher in einem Labor des Fachbereichs Elektro- und Informationstechnik der Hochschule Fulda vorhanden ist, können beide Ansätze erprobt werden. Das Ziel des Beitrags ist es, den modell- und datenbasierten Ansatz mit Blick auf das Führungsverhalten zu vergleichen, Vor- und Nachteile sowie mögliche Erweiterungen um Methoden der Computational Intelligence für den datenbasierten Ansatz herauszuarbeiten. Gleichzeitig sollen dadurch zwei Regelungsansätze für den strömungstechnischen Prozess praktisch implementiert werden. Damit ist es möglich, den Studierenden in Veranstaltungen sowohl moderne prädiktive Regelungsansätze als auch Fuzzy Systeme näher zu bringen. Der Beitrag beginnt mit einer Beschreibung des Schwebekörperversuchsstandes. Danach werden die modell- und datenbasierten prädiktiven Regelungsmethoden erläutert. Im Anschluss werden die Ergebnisse der Regelungen gezeigt und im darauffolgenden Kapitel diskutiert.

## 2 Schwebekörperversuchsstand

Die Abbildung 1 zeigt den schematischen Aufbau des strömungstechnischen Schwebekörperversuchsstandes. Dieser wird für Lehr- und Forschungszwecke eingesetzt. Der Prozess besteht aus einer frei gelagerten Kreisscheibe, die innerhalb eines Plexiglaszylinders über einem Axiallüfter positioniert ist. Zur Vergrößerung der Geschwindigkeit des Luftstroms ist oberhalb des Axiallüfters ein Konfusor (in Abbildung 1 rot dargestellt) verbaut. Die Kreisscheibe kann sich entlang der aus zwei Aluminiumstäben bestehenden Führung auf und ab bewegen. Im Regelkreis wird der durch den Axiallüfter erzeugte Luftstrom so eingestellt, dass sich die Scheibe auf die gewünschte Höhe bewegt und dort in einem schwebenden Zustand im Kräftegleichgewicht gehalten wird. Die Lüfterspannung  $u$  dient als Stellgröße und die Position  $y$  der Kreisscheibe stellt die Regelgröße dar. Die Regelgröße ist durch die maximale Höhe  $h$  des Plexiglaszylinders

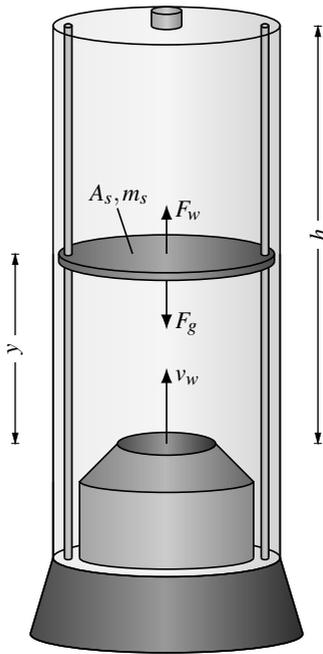


Bild 1: Schematische Darstellung des Schwebkörperversuchsstand

ders nach oben und das Ende des Konfusors nach unten beschränkt. Die Position  $y$  der Kreisscheibe wird mit Hilfe eines Ultraschallsensors erfasst, welcher am oberen Ende des Zylinders angebracht ist. Die theoretische Modellierung dieses Prozesses erfordert viel Zeit und einen hohen Simulationsaufwand. Das liegt an den nichtlinearen Strömungseffekten, wie beispielsweise Verwirbelungen und druckabhängigen Verlusten, die von der Position der Scheibe abhängen und nur mithilfe komplexer Simulationswerkzeuge der Computational Fluid Dynamics (CFD) näherungsweise gelöst werden können. Zudem treten an den Führungen der Scheibe nichtlineare Reibungseffekte auf, deren Modellierung ebenfalls mit erheblichem Aufwand verbunden ist. Die im System wirkenden Kräfte sind die durch den Luftstrom des Lüfters wirkende Kraft  $F_w$  sowie die Gewichtskraft  $F_g$ . Dadurch ergibt sich die folgende Differentialgleichung [2]:

$$m_s \cdot \ddot{y} = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A_s \cdot (v_w - \dot{y})^2 - m_s \cdot g \quad (1)$$

Dabei ist  $m_s$  die Masse der Kreisscheibe und  $A_s$  die Fläche der Kreisscheibe, welche dem Luftstrom des Lüfters ausgesetzt ist und  $g$  die Fallbeschleunigung.  $C_d$  beschreibt den dimensionslosen Luftwiderstandsbeiwert des im Luftstrom befindlichen Objektes und  $\rho$  ist in diesem Fall die Luftdichte, in dem sich die Kreisscheibe bewegt.  $v_w$  ist die Geschwindigkeit des Luftstroms innerhalb des Zylinders und  $y$  ist die Position der Scheibe.  $\dot{y}$  bzw.  $\ddot{y}$  ist dementsprechend die Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung der Scheibe. Hier ist auch die Nicht-linearität der Differentialgleichung zu erkennen, weil die Differenz zwischen  $v_w$  und  $\dot{y}$  quadratisch in die Gleichung mit einfließt. An diesem Versuchsstand werden modell- sowie datenbasierte prädiktive Regelstrategien erprobt, welche in den kommenden zwei Abschnitten genauer untersucht werden.

### 3 Modellbasierte prädiktive Regelung

#### 3.1 Parametrische Systemdarstellung

Üblicherweise werden in modellprädiktiven Regelungsansätzen parametrische Modellstrukturen verwendet. In diesem Beitrag wird ein NARX-Modellansatz herangezogen, welcher mit Hilfe eines TS-Systems [3, 4] und dem LOLIMOT-Konstruktionsalgorithmus [5] umgesetzt wird.

$$\hat{y}_{\text{TS}}(k) = \sum_{i=1}^{n_m} \Phi_i(\underline{z}) \underline{\theta}_{\text{TS},i} \underline{x}. \quad (2)$$

Die Regressoren sind im Vektor  $\underline{x}$  zusammengefasst und beinhalten die Eingangsgößen und Ausgangsgößen der jeweils zwei letzten Abtastschritte: die Lüfterspannung  $u(k-1)$  und  $u(k-2)$  sowie die Position der Kreisscheibe  $y(k-1)$  und  $y(k-2)$ . Hierdurch wird die Identifikation von zeitdiskreten Übertragungsfunktionen zweiter Ordnung ermöglicht. Der Vektor  $\underline{\theta}_{\text{TS},i}$  beinhaltet die Parameter des  $i$ -ten ARX-Teilmodells. Die Fuzzy-Basisfunktionen  $\Phi_i(\underline{z})$  werden aus dem gewichteten Mittel der Zugehörigkeitsgrade berechnet.

$$\Phi_i(\underline{z}) = \frac{\mu_i(\underline{z})}{\sum_{i=1}^{n_m} \mu_i(\underline{z})}, \quad \sum_{i=1}^{n_m} \Phi_i(\underline{z}) = 1. \quad (3)$$

Deren Wertebereich ist demnach auf das Intervall  $I = [0, 1]$   $I \in \mathbb{R}$  beschränkt. Die  $\mu_i(\underline{z})$  Zugehörigkeitsfunktionen (ZF) stellen Gaußlocken dar. Eine einzelne Gauß'sche ZF ist über ihr Zentrum  $v$  und die Standardabweichung  $\sigma$  vollständig bestimmt:

$$\mu_{\text{Gauss}}(x) = \exp\left(\frac{-(x-v)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (4)$$

Die Schedulingvariable  $\underline{z}$  ist ein Vektor, der die Lüfterspannung  $u(k-1)$  und die Höhe der schwebenden Kreisscheibe  $y(k-1)$  des jeweils letzten Abtastschritts enthält. Der bereits erwähnte LOLIMOT-Algorithmus wird zur achsenorthogonalen Einteilung der Prämisse des TS-Modells genutzt. Die gewählte Aufteilung ist in Abbildung 2 zu sehen. Das TS-Modell besteht aus insgesamt sechs Teilmodellen.

### 3.2 Nichtlineare modellprädiktive Regelung mit mehreren Teilmodellen

Ein wesentlicher Vorteil der Formulierung in Gleichung (2) ist, dass die linear-affinen Teilmodelle zu jedem Abtastschritt über das Fuzzy-Regelwerk miteinander gewichtet kombiniert werden können und somit in jedem Abtastschritt ein linear-affines Modell berechnet werden kann. Das nichtlineare Übertragungsverhalten kann somit über ein im aktuellen Abtastschritt gültiges lineares-affines Modell approximiert werden. Letzteres wird anschließend im Optimalsteue-

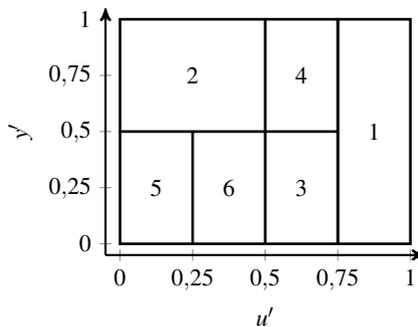


Bild 2: Prämisse des TS-Modells (normiert). Die Teilmodelle sind nummeriert.

rungsproblem (5) genutzt, um eine optimale Stellgrößentrajektorie für den zu regelnden Prozess zu berechnen.

$$\begin{aligned}
 & \underset{u,y}{\text{minimize}} && \sum_{k=0}^{N_P-1} \left( \|y_k - r\|_Q^2 + \|u_k\|_R^2 + \|\Delta u_k\|_{R_\Delta}^2 \right) \\
 & \text{subject to} && u_k \in \mathcal{U}, \forall k \in \{0, \dots, N_U - 1\}, \\
 & && y_k \in \mathcal{Y}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

$\mathcal{U}$  bezeichnet hierbei die Menge zulässiger Stellwerte, welche in diesem Fall alle Werte innerhalb  $0 \text{ V} \leq u_k \leq 10 \text{ V}$  beschreibt. Die Kreisscheibe kann nur innerhalb der Höhen  $0 \text{ cm} \leq y_k \leq h$  bewegt werden, sodass diese Werte Teil der Menge  $\mathcal{Y}$  sind. Die Abtastzeit beträgt 100 ms, der Prädiktionshorizont  $N_P = 70$  und der Kontrollhorizont  $N_U = 4$ . Die Wichtungsmatrizen werden gewählt zu  $Q = 0.6$ ,  $R = 0$  und  $R_\Delta = 0.5$ . Der hier umgesetzte Regler wird im weiteren Verlauf als TSMPC bezeichnet.

## 4 Datenbasierte prädiktive Regelung

### 4.1 Nicht parametrische Systemdarstellung

Im Gegensatz zu den modellbasierten prädiktiven Regelungsansätzen nutzen direkte datenbasierte prädiktive Regelungsmethoden keine parametrischen Modellstrukturen, wie beispielsweise lineare Zustandsraummodelle oder ARX-Modelle, sondern einen nicht parametrischen Ansatz für das interne Modell der Regelstrecke. Diese nicht parametrische Systemdarstellung baut auf der *behavioral* Systemtheorie [6] und dem *Fundamental Lemma nach Willems* [57] auf. Diese Grundlage erlaubt, für das folgende lineare zeitinvariante System (6)

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\
 y_k &= Cx_k + Du_k,
 \end{aligned} \tag{6}$$

mit dem Zustand  $x_k \in \mathbb{R}^n$ , dem Eingang  $u_k \in \mathbb{R}^m$  und dem Ausgang  $y_k \in \mathbb{R}^p$  eine nicht parametrische Systemdarstellung basierend auf Eingangs- und Ausgangsdaten von (6). Die gesammelten Eingangs- und Ausgangsdaten werden hierbei in Form von Hankelmatrizen angeordnet, wobei die Hankelmatrizen

das nicht parametrische Modell darstellen. Für eine Eingangsdatentrajektorie  $u = \{u_i\}_{i=1}^{T_d}$  der Länge  $T_d$ , wobei  $T_d \geq L$ , ergibt sich eine Hankelmatrix mit  $L$  Reihen und  $T_d - L + 1$  Spalten:

$$\mathcal{H}_L(u) := \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_{T_d-L+1} \\ u_2 & u_3 & \cdots & u_{T_d-L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_L & u_{L+1} & \cdots & u_{T_d} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Das Eingangssignal  $u$  wird *persistently exciting* der Ordnung  $L$  genannt, wenn die Hankelmatrix  $\mathcal{H}_L(u)$  vollen Reihengrang besitzt. Der Begriff *persistently exciting* beschreibt ein Eingangssignal, welches das System ausreichend anregt und dadurch Ausgangsdaten erzeugt, welche das typische Systemverhalten repräsentieren [1]. Für Eingangs- sowie Ausgangsdaten der Form  $(u_d, y_d) = \{u_{d_i}, y_{d_i}\}_{i=1}^{T_d}$  von (6), wobei der Index  $d$  für in der Vergangenheit aufgenommene Daten steht, mit der Länge  $T_d$  und einem Eingangssignal  $u_d = \{u_{d_i}\}_{i=1}^{T_d}$ , dessen Hankelmatrix  $\mathcal{H}_L(u_d)$  vollen Reihengrang besitzt, gehören die Eingangs- und Ausgangstrajektorien  $(u, y) = \{u_i, y_i\}_{i=1}^L$  zu (6) dann und nur dann, wenn ein  $g \in \mathbb{R}^{T_d-L+1}$  existiert, sodass:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{H}_L(u_d) \\ \mathcal{H}_L(y_d) \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} u \\ y \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Dieses Ergebnis erlaubt es, für ein lineares zeitinvariantes System jede mögliche Trajektorie aus einer endlichen Anzahl vergangener Trajektorien zu konstruieren. Hierbei werden die vergangenen Trajektorien, welche in der Hankelmatrix angeordnet sind, linear miteinander kombiniert, wodurch sie eine mögliche Trajektorie des Systems ergeben.  $g$  kann dabei, als Wichtungsvektor für die vergangenen Trajektorien in der Hankelmatrix gesehen werden. Mit dieser Formulierung ist es möglich, mit Hilfe von Eingangs- sowie Ausgangsdaten und ohne parametrisches Modell, das Systemverhalten zu präzisieren. Dafür werden die Hankelmatrizen in (8) aufgeteilt in:

$$\begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix} := \mathcal{H}_{T_{\text{ini}} + N_p}(u_d), \quad \begin{pmatrix} Y_p \\ Y_f \end{pmatrix} := \mathcal{H}_{T_{\text{ini}} + N_p}(y_d). \quad (9)$$

$U_p \in \mathbb{R}^{T_{ini} \times T_d - N_p - T_{ini} + 1}$  besteht hierbei aus den ersten  $T_{ini}$  Reihen der Hankelmatrix  $\mathcal{H}_{T_{ini}+N_p}(u_d)$  und  $U_f \in \mathbb{R}^{N_p \times T_d - N_p - T_{ini} + 1}$  setzt sich aus den nächsten  $N_p$  Reihen der Hankelmatrix  $\mathcal{H}_{T_{ini}+N_p}(u_d)$  zusammen. Die Zusammensetzung von  $Y_p$  und  $Y_f$  erfolgt analog. Im weiteren Verlauf werden  $(u_{ini}, y_{ini}) = \{u_{k-i}, y_{k-1}\}_{i=T_{ini}}^1$  als die neusten Eingangs- sowie Ausgangsdaten des Systems definiert. Mit dieser Definition sowie den Hankelmatrizen  $U_p, Y_p, U_f, Y_f$  lässt sich (8) erweitern zu:

$$\begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \\ U_f \\ Y_f \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} u_{ini} \\ y_{ini} \\ u \\ y \end{pmatrix} \quad (10)$$

Die ersten beiden Gleichungen in (10) werden dafür genutzt, um den impliziten Zustand des Systems zu schätzen, von wo aus die Prädiktion stattfinden kann [8]. Mit den neusten Eingangs- und Ausgangsdaten  $(u_{ini}, y_{ini})$ , den Hankelmatrizen der linken Seite von Gleichung (10) sowie einem gegebenen Eingangssignal  $u$  kann unter Berücksichtigung der ersten drei Gleichungen von (10)  $g$  bestimmt werden. Die datengetriebene Prädiktion des Ausgangssignals findet mit Hilfe der Gleichung  $y = Y_f g$  statt. Gleichung (10) kann somit für eine implizite Zustandsschätzung und gleichzeitige Prädiktion verwendet werden, womit es als nicht parametrisches Modell in prädiktiven Regelungsansätzen zum Einsatz kommen kann.

## 4.2 Data Enabled Predictive Control

Bei Data Enabled Predictive Control (DeePC) handelt es sich um einen prädiktiven Regelungsansatz, welcher lediglich auf Eingangs- und Ausgangsdaten des zu regelnden Systems basiert [1]. Wie bereits erwähnt, ersetzt Gleichung (10) das parametrische Modell, wie es in modellbasierten Ansätzen zu finden ist. Unter dieser Kenntnis ergibt sich das folgende Optimierungsproblem, welches in jedem Abtastschritt der Regelung neu gelöst wird:

$$\begin{aligned}
& \underset{g, u, y}{\text{minimize}} && \sum_{k=0}^{N_P-1} \left( \|y_k - r\|_Q^2 + \|u_k\|_R^2 \right) \\
& \text{subject to} && \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \\ U_f \\ Y_f \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} u_{ini} \\ y_{ini} \\ u \\ y \end{pmatrix}, \\
& && u_k \in \mathcal{U}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}, \\
& && y_k \in \mathcal{Y}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Das Optimierungsproblem in (11) eignet sich für lineare zeitinvariante Systeme ohne Messrauschen.  $N_P$  ist hierbei der Prädiktionshorizont,  $T_{ini}$  beschreibt die Länge der Initialisierungstrajektorien  $u_{ini}$  und  $y_{ini}$ . Die Kostenfunktion betrachtet die Abweichung der Regelgröße  $y$  von der Führungsgröße  $r$ , sowie die Stellgröße  $u_k$ . Die Abweichung von der Führungsgröße wird mit der Wichtungsmatrix  $Q \in \mathbb{R}^{p \times p}$  bewertet,  $u$  hingegen wird mit der Wichtungsmatrix  $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  bemessen. Bei  $N_P$ ,  $T_{ini}$  sowie  $Q$  und  $R$  handelt es sich um Hyperparameter des Reglers. Gleichzeitig sind Beschränkungen für die Regel- und Stellgröße, in Form der Mengen  $\mathcal{Y}$  und  $\mathcal{U}$  im Optimierungsproblem vorhanden. Da die datenbasierte prädiktive Regelung auf dem Schwebekörperversuchsstand umgesetzt werden soll, wo Messrauschen und Nichtlinearitäten vorkommen, muss das Optimierungsproblem in (11) angepasst werden. Hierbei schlägt [1] die Verwendung von Regularisierungstermen und Slack-Variablen vor, um Messrauschen sowie Nichtlinearitäten zu begegnen. Dabei entsteht das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned}
& \underset{g, \Delta u, y, \sigma_y, \sigma_{\Delta u}}{\text{minimize}} && \sum_{k=0}^{N_P-1} \left( \|y_k - r\|_Q^2 + \|\Delta u_k\|_R^2 \right) \\
& && + \|g\|_{\lambda_g}^2 + \|\sigma_y\|_{\lambda_y}^2 + \|\sigma_{\Delta u}\|_{\lambda_{\Delta u}}^2 \\
& \text{subject to} && \begin{pmatrix} \Delta U_p \\ Y_p \\ \Delta U_f \\ Y_f \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} \Delta u_{ini} \\ y_{ini} \\ \Delta u \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{\Delta u} \\ \sigma_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
& && u_k \in \mathcal{U}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}, \\
& && \Delta u_k \in \Delta \mathcal{U}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}, \\
& && y_k \in \mathcal{Y}, \forall k \in \{0, \dots, N_P - 1\}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Zusätzlich zu der Kostenfunktion, welche die Abweichung zur Führungsgröße sowie den Stelleingriff bestraft, wird die Optimierungsvariable  $g$  in der Kostenfunktion minimiert und mit  $\lambda_g$  gewichtet. Da bedingt durch Messrauschen die Gleichheitsnebenbedingung in (11) nicht erfüllt werden können, werden die Slackvariablen  $\sigma_y$  sowie  $\sigma_{\Delta u}$  eingeführt, um die Lösbarkeit des Optimierungsproblems in jedem Abtastschritt zu gewährleisten. Beide Slackvariablen werden in der Kostenfunktion mit einem entsprechenden Gewicht  $\lambda_y$  sowie  $\lambda_{\Delta u}$  bewertet. Dadurch ergeben sich bei der Reglerimplementierung zusätzliche Tuningparameter. Gleichzeitig wird das Ergebnis aus [9] in (12) umgesetzt. Dabei wird anstatt der Stellgröße  $u$ , die Stellgrößenrate  $\Delta u$  verwendet. Um die Stellgrößenrate zu verwenden, werden zusätzlich die Hankelmatrizen  $U_p$  sowie  $U_f$  durch  $\Delta U_p$  und  $\Delta U_f$  ersetzt, welche die Änderung der Stellgröße betrachten. Ähnlich wie bei modellbasierten Ansätzen [10] wird dadurch ein Integral-Anteil zum Regelgesetz ergänzt, wodurch wir eine bleibende Regelabweichung eliminieren können. Die Implementierung eines DeePC läuft so ab, dass zu Beginn Daten  $(u_d, y_d)$  gesammelt werden, wobei das Eingangssignal  $u_d$  *persistently exciting* ist. Auf Basis der Eingangs- und Ausgangsdaten werden die Hankelmatrizen gebildet, welche im Optimierungsproblem (12) Verwendung finden. Nach geeigneter Wahl der Reglerparameter wird (12) in jedem Abtastschritt gelöst. Vor der eigentlichen Regelung des Schwebekörperversuchsstandes wird der Prozess mit einer Amplitude Modulated Pseudo Random Binary Signal (APRBS) für 90s angeregt. Danach werden mit Hilfe der entstandenen Eingangs- und Ausgangsdaten die Hankelmatrizen in (12) besetzt. Die Beschränkungen der Stellgröße liegen bei  $0\text{V} \leq u_k \leq 10\text{V}$ , die der Regelgröße bei  $0\text{cm} \leq y_k \leq h$ . Für den Regler werden folgende Werte verwendet, wobei die Tuningparameter des Reglers mit Hilfe einer Rastersuche gefunden wurden:

$$\begin{aligned} T_d = 450, N_p = 30, T_{ini} = 8, \lambda_g = 5 \cdot 10^{-4}, \\ \lambda_y = 1000, \lambda_u = 1 \cdot 10^{-4}, Q = 8, R = 0.01 \end{aligned} \quad (13)$$

Der Regler arbeitet mit einer Abtastzeit von 200 ms, da das Optimierungsproblem mit  $T_d - N_p - T_{ini} + 1 = 413$  Optimierungsvariablen im Vergleich zum TSMPC größer ist und somit in den 100 ms Abtastzeit des TSMPC nicht lösbar ist. Für die Lösung des quadratischen Programms findet die Verwendung des DAQP-Solvers [11] statt.

## 5 Vergleich der Ergebnisse

Am Versuchsaufbau wird das Führungsverhalten des TSMPC und DeePC anhand mehrerer Sollwertsprünge untersucht. Die Sollwerttrajektorie hat eine Länge von 500s und variiert im Bereich von 10cm bis 35cm. Die Sollwerttrajektorie beginnt mit einem Sprung von 0cm auf 30cm. Im Anschluss verringert sich der Sollwert alle 100s um 10cm bis eine Führungsgröße von 10cm erreicht ist. Daraufhin erfolgen zwei Sollwertsprünge um jeweils 15cm, womit am Ende ein Sollwert von 35cm vorliegt.

Die Abbildung 3 zeigt den Sollwertverlauf, den jeweiligen Regelgrößenverlauf sowie die generierte Stellgröße der beiden Regelungsansätze. Beide Methoden sind in der Lage, den Prozess auf die gewünschten Sollwerte zu regeln. Hierbei weist der TSMPC beim ersten Sollwertsprung eine Anregelzeit von 5s auf. Nach einem Überschwingen regelt der TSMPC nach etwa 32s auf den Sollwert von 30cm ein. Im Gegensatz dazu, hat der DeePC eine Anregelzeit von 42s und nähert sich von unten allmählich dem Sollwert an. Generell ist zu beobachten, dass der DeePC bei allen Sollwertsprüngen eine größere Anregelzeit aufweist. Bei dem Sollwertsprung von 30cm auf 20cm zeigt der rein datenbasierte Ansatz ein längeres Überschwingen, kann im Anschluss aber auf den Sollwert regeln. Beim Sollwertsprung von 20cm auf 10cm schwingt der vom DeePC geregelte Prozess um den Sollwert. Im Anschluss ist die Regelung auf 10cm aber möglich. Der TSMPC hingegen regelt mit einer geringeren An- bzw. auch Ausregelzeit auf den vorgegebenen Sollwert, wobei bei den Sollwertwechseln 20cm auf 10cm und von 10cm auf 25cm ein leichtes Überschwingen zu beobachten ist. Die beiden darauffolgenden Sollwerte können von den Reglern mit einer ähnlichen Regelgenauigkeit erreicht werden, wobei die Anregelzeit des TSMPC erneut kleiner ist. Die Betrachtung der Stellgröße  $u$  bestätigt das Verhalten, indem zu sehen ist, dass der TSMPC aggressiver in den Prozess eingreift. Dagegen zeigt der DeePC kein starkes Überschwingen der Stellgröße zu Beginn eines jeden Sollwertwechsels, was auf eine konservative Reglerauslegung deutet.

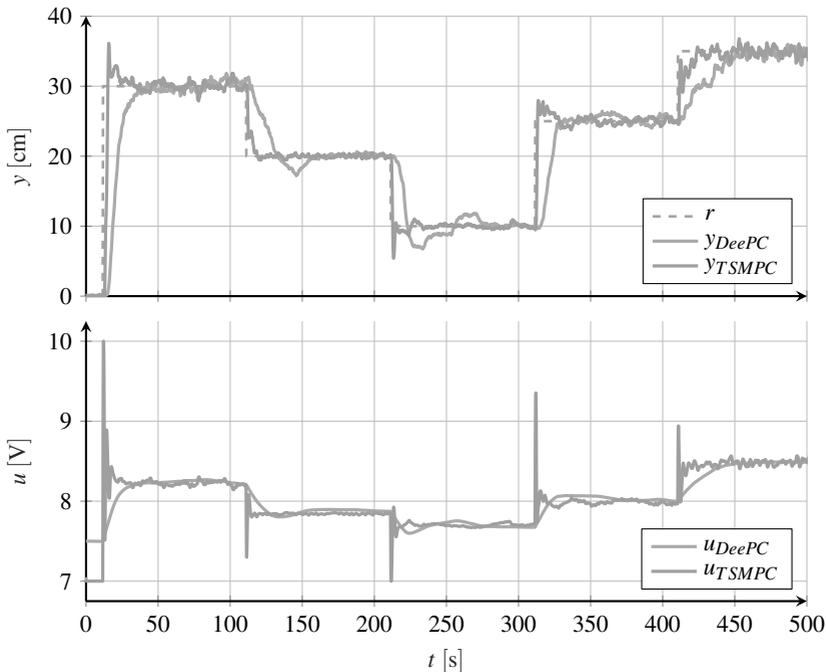


Bild 3: Ergebnisse des TSMPC und DeePC

## 6 Diskussion und Ausblick

Wie im vorherigen Abschnitt 5 gezeigt wurde, eignen sich beide prädiktiven Ansätze dafür, die nichtlineare strömungstechnische Regelstrecke zu regeln. Der modellbasierte Ansatz nutzt dabei ein TS-System als Prozessmodell, welches sich aus gewichteten lokal-linear-affinen Modellen zusammensetzt. Dadurch kann der TSMPC über einen weiten Arbeitsbereich eine zufriedenstellende Regelgüte erzielen. Der datenbasierte Ansatz umgeht eine Modellbildung und nutzt lediglich Eingangs- und Ausgangsdaten, welche ein nicht parametrisches Modell darstellen. Beide Ansätze können ebenso im Rahmen von Lehrveranstaltungen genutzt werden, um den Studierenden die Grundlagen sowohl moderner prädiktiver Regelungsansätze (modellbasiert und datenbasiert) als auch von Fuzzy-Systemen zu vermitteln. Der DeePC zeigt, in den unteren Arbeitsberei-

chen ein Überschwingen, was in einer schlechteren Regelgüte resultiert. Ein Grund hierfür sind die mangelnden Daten in diesem Bereich. Das gewählte Anregungssignal für den datenbasierten Ansatz hat hauptsächlich Bereiche oberhalb von 15 cm angeregt. Dadurch fehlen Eingangs- und Ausgangsdatentrajektorien, welche die Dynamik des Prozesses in diesem Bereich beschreiben. Außerdem ist der hier gezeigte Regler in (12) ein linearer Regler, was zusätzlich die Performance-Verluste bei der Regelung einer nichtlinearen Regelstrecke erklärt. In der Literatur gibt es jedoch einige Vorschläge zum Umgang mit nichtlinearen Regelstrecken bei der Verwendung von datenbasierten Ansätzen. Dabei werden die Hankelmatrizen mit den letzten Eingangs- und Ausgangsdaten erneuert. In jedem Abtastschritt wird die erste Reihe der Hankelmatrix in (7) gelöscht, alle anderen Reihen werden um eins nach oben versetzt und es entsteht eine neue letzte Reihe der Hankelmatrix, welche die aktuellen Daten beinhaltet. Der interessierte Leser wird auf [9], [13] und [14] verwiesen. Eine weitere Möglichkeit ist die Nutzung von TS-Systemen. Dabei könnte das TS-System in Abhängigkeit des aktuellen Arbeitspunktes entscheiden, welche Hankelmatrizen dem datenbasierten Regelungsansatz übergeben werden. Dies wird in zukünftigen Arbeiten genauer untersucht. Gleichzeitig ist der DeePC weniger dynamischer als der TSMPC und weist eine geringere Anregelzeit vor. Dies ist darin begründet, dass die Gewichte entsprechend konservativ gewählt werden mussten, weil ansonsten der durch den DeePC geregelte Prozess ein zu starkes Überschwingen bei Sollwertwechseln zeigt. Generell hat sich die Wahl der Reglerparameter als langwierig herausgestellt. Für zukünftige Reglereinstellungen kann die Anwendung evolutionärer Algorithmen, wie z. B. des Differential-Evolutions-Algorithmus, genutzt werden, um die Reglerparameter zu optimieren. Gleichzeitig ist zu erwähnen, dass in den Hankelmatrizen lediglich 90s des nichtlinearen Prozess betrachtet werden, wodurch nur ein gewisser Teil des dynamischen Verhaltens erfasst werden kann. Mit einer Vergrößerung des Anregungszeitraums könnte dies verhindert werden, allerdings geht dies mit einer Vergrößerung von  $T_d$  einher, was zu einem Optimierungsproblem mit mehr Optimierungsvariablen und einer längeren Berechnungszeit führen würde. Dadurch wäre das gestellte Optimierungsproblem in der gegebenen Abtastzeit von 200ms nicht mehr lösbar. Eine Möglichkeit, dieser Problematik zu begegnen, ist der Ansatz in [15], welcher in zukünftigen Arbeiten umgesetzt wird.

## Literatur

- [1] J. Coulsen, J. Lygeros und F. Dörfler. „Data Enabled Predictive Control: In the Shallows of the DeePC“. .18th European Control Conference (ECC), S. 307-312. 2019.
- [2] J. Chacon et al. „Design of a Low-Cost Air Levitation System for Teaching Control Engineering“. Sensors. 2017.
- [3] O. Nelles, „Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models“. Springer. 2020.
- [4] A. Kroll, „Computational Intelligence. Probleme, Methoden und technische Anwendungen.“ De Gruyter Studium. 2016.
- [5] B. Hartmann, T. Ebert, T. Fischer, T. Belz, J. Kampmann und O. Nelles. „LMNtool – Toolbox zum automatischen Trainieren lokaler Modellnetze“. 22. *Workshop Computational Intelligence*, KIT Scientific Publishing. 45, S. 341–355. 2012.
- [6] J. W. Polderman und J.C. Willems „Introduction to mathematical systems theory: a behavioral approach“. Springer-Verlag. 1997.
- [7] J.C. Willems, P. Rapisarda, I. Markovskiy und B.L.M. De Moor. „A note on persistence of excitation“. Systems & Control Letters, 54(4), S. 312-329. 2005.
- [8] I. Markovskiy und P. Rapisarda „Data-driven simulation and control“. International Journal of Control, 81(12), S. 1946-1959. 2008.
- [9] M. Lazar und P.C.N. Verheijen „Offset-free data-driven predictive control“ IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC), S.1099-1104. 2022
- [10] J. Maciejowski „Predictive Control with Constraints“. Prentice Hall, England. 2022.
- [11] D. Arnström, A. Bemporad und D. Axehill „A Dual Active-Set Solver for Embedded Quadratic Programming Using Recursive  $LDL^T$  Updates“. IEEE Transactions on Automatic Control, 67, S.4362 - 4369. 2022.

- [12] J. Berberich et al. „Data-driven model predictive control with stability and robustness guarantees“. IEEE Transactions on Automatic Control 66(4), S.4406-4421 2022.
- [13] S. Baros et al. „Online data-enabled predictive control“. Automatica, 138 2022.
- [14] J. Teutsch et al. „An Online Adaption Strategy for Direct Data-driven Control“. IFAC-PapersOnLine, Vol. 56, S.644-649. 2023.
- [15] K. Zhang et al. „Dimension Reduction for Efficient Data-Enabled Predictive Control“. IEEE Control Systems Letters, Vol. 7, S.3277 - 3282. 2023.